

Übungsaufgaben

zur Vorlesung

Ingenieurmathematik 1 im Bachelor-Studiengang Mechatronik

Rechnen mit Vektoren und Matrizen

1. Bilden Sie mit den Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ die Ausdrücke

- $\vec{a} \cdot \vec{b}$
- $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{a} + \vec{c})$
- $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{c} - \vec{b})$
- $[\vec{a}, \vec{c}, \vec{b}]$

2. Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 8 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke

- $3A + 2B - 5C$
- $2(A - 2B) - 3(B^t - A^t)^t - 2C$

3. Zeigen Sie am Beispiel der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 9 & -3 \\ -4 & 6 & -2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

dass die Multiplikation von Matrizen nicht kommutativ ist, d.h. $A \cdot B \neq B \cdot A$

4. Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Überprüfen Sie am Beispiel dieser Matrizen die Gültigkeit folgender in der Vorlesung vorgestellter Rechenregeln:

- $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$
- $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$

5. Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie, dass die erste binomische Formel für Zahlen

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

für Matrizen nicht gilt, indem Sie für die obigen Matrizen

- a) $(A + B)^2$
- b) $A^2 + 2AB + B^2$

berechnen. (**Hinweis:** Für eine quadratische Matrix C ist $C^2 := C \cdot C$)