Prof. Dr. Hans-Jörg Meier
Hochschule für angewandte Wissenschaften Würzburg-Schweinfurt
Fakultät für angewandte Natur- und Geisteswissenschaften

Übungsaufgaben

zur Vorlesung

Ingenieurmathematik

von Prof. Dr. Hans-Jörg Meier
im Bachelor–Studiengang Mechatronik
an der Hochschule für angewandte Wissenschaften Würzburg–Schweinfurt

Ehemalige Prüfungsaufgaben

1. Gegeben ist die Differentialgleichung

$$x^3 \cdot y' + x^2 \cdot y = x + 1\ ,\ \ x > 0.$$

   (a) Bestimmen Sie die *allgemeine Lösung* $y(x)$ der Differentialgleichung.

   (b) Bestimmen Sie diejenige *spezielle Lösung* $y_{sp}(x)$ mit $y(1) = 1$.
   (Ersatzergebnis zur Bestimmung der speziellen Lösung: $y(x) = \frac{cx-1+x\ln(x)}{x^4}$.)

   (c) Berechnen Sie $y'_{sp}(1)$, ohne $y_{sp}(x)$ zu differenzieren.
   (Tipp: Verwenden Sie Aufgabenteil (a) und machen Sie sich klar, was es bedeutet, dass $y_{sp}(x)$ ein Lösung der Differentialgleichung ist.)

2. Gegeben ist die Funktion

$$f(x,y) = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot e^{-\frac{y^2}{2}}$$

   (a) Bestimmen Sie alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung zu $f(x,y)$.

   (b) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte (x,y), d.h. alle Paare (x,y), die den Bedingungen $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 0$ und $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 0$ genügen.

   (c) Bestimmen Sie für einen kritischen Punkt ihrer Wahl, ob in diesem (Punkt) ein relatives Maximum, ein relatives Minimum oder ein Sattelpunkt der Funktion $f(x,y)$ liegt.

3. Gegeben ist die Menge $\mathcal{A} = \{(x,y)\,/\,x^2+y^2 \le 1\}$. Berechnen Sie $\frac{1}{\pi}\iint\limits_{\mathcal{A}} (x^2+y^2)^2\,dA$.

4. Lösen Sie die Differentialgleichung

$$y'' + 3y' + 2y = 4(t+1) \quad , \quad y(0) = 0\,,\, y'(0) = 1 \quad ,$$

   mittels Laplace-Transformation.

   (Zur Rücktransformation dürfen dabei nur die Tabellen und Rechenregeln der Vorlesung verwendet werden.)

   (Ersatzergebnis für die Laplace-Transformierte: $Y(p) = \frac{4(p+1)}{(p+2)^2(p+3)(p+4)}$.)