



Übungsaufgaben

zur Vorlesung

Ingenieurmathematik

von Prof. Dr. Hans-Jörg Meier
im Bachelor-Studiengang Mechatronik an der
Hochschule für angewandte Wissenschaften
Würzburg-Schweinfurt

Lineare DGLen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten

1. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' + 16y' + 100y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 8$$

2. Lösen Sie das Randwertproblem

$$y'' + \pi^2 y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y\left(\frac{3}{2}\right) = -5$$

3. Gegeben ist die DGL

$$y'' + 2y' + 5y = \sin(2x)$$

- a) Zeigen Sie, dass

$$y(x) = \frac{1}{17} (\sin(2x) - 4 \cos(2x))$$

eine Lösung der DGL ist.

- b) Geben Sie die allgemeine Lösung an.

- c) Lösen Sie das AWP mit $y(0) = 0$ und $y'(0) = 1$

- d) Bestimmen Sie alle Lösungen des RWP mit $y(0) = 0$ und $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

4. Lösen Sie für $0 < x < \pi$ das Anfangswertproblem

$$y'' + 4y = \frac{1}{\sin x}, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

Bei der nachfolgenden inhomogenen linearen DGL 2. Ordnung ist zunächst mit Hilfe der Lösungsformel (Wronski–Determinante) die partikuläre Lösung zu bestimmen. Setzen Sie diese zur Probe in die DGL ein und bestimmen Sie dann die Konstanten C_1 und C_2 aus den Anfangsbedingungen sowie der allgemeinen Lösung.

5. Lösen Sie für $x > 0$ das Anfangswertproblem

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 1$$

Bei der nachfolgenden inhomogenen linearen DGL 2. Ordnung ist zunächst mit Hilfe der Lösungsformel (Wronski–Determinante) die partikuläre Lösung zu bestimmen. Geben Sie dann die allgemeine Lösung an.

6. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von

$$y'' + 4y = x,$$