

Übungsaufgaben

zur Vorlesung

Ingenieurmathematik

von Prof. Dr. Hans-Jörg Meier
im Bachelor-Studiengang Mechatronik an der
Hochschule für angewandte Wissenschaften
Würzburg-Schweinfurt

Doppelintegrale

Für die Argumente trigonometrischer Funktionen ist stets Bogenmaß anzunehmen.

1. Es sei \mathcal{A} die von der Winkelhalbierenden $y = x$ sowie den Geraden $x = 0$ und $x = 1$ sowie $y = \frac{\pi}{2}$ im ersten Quadranten eingeschlossene Fläche im \mathbb{R}^2 . Skizzieren Sie die Menge \mathcal{A} und berechnen Sie

$$\iint_{\mathcal{A}} x \cdot \sin y \, dA \quad .$$

2. Berechnen Sie das Doppelintegral von

$$\iint_{\mathcal{A}} \frac{1+y^2}{1+x^2} \, dA$$

auf dem Gebiet $A = \left\{ (x, y) \mid \tan y \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{4} \right\}$

3. Es sei \mathcal{A} die von der nach rechts geöffneten Parabel $x = y^2$ sowie den Geraden $x = \varepsilon$ und $x = 1$ sowie $y = 1$ im ersten Quadranten eingeschlossene Fläche im \mathbb{R}^2 . Dabei sei ε eine feste positive kleine reelle Zahl (insbesondere kleiner als 1)

Skizzieren Sie die Menge \mathcal{A} und berechnen Sie

$$I(\varepsilon) := \iint_{\mathcal{A}} e^{x/y} \, dA \quad \text{sowie} \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} I(\varepsilon) \quad .$$

4. Das Flächenstück \mathcal{A} wird durch die Kurven $x = 0$, $y = 2x$ und $y = \frac{1}{a}x^2 + a$ berandet ($a > 0$). Skizzieren Sie \mathcal{A} und berechnen Sie den Flächeninhalt von \mathcal{A} , d.h. gesucht ist

$$\iint_{\mathcal{A}} 1 \, dA \quad .$$

5. Berechnen Sie den von den Kurven $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$ und $x = 10$ eingeschlossene Fläche \mathcal{A} , d.h. gesucht ist

$$\iint_{\mathcal{A}} 1 \, dA \quad .$$