Prof. Dr. Hans-Jörg Meier
Hochschule für angewandte Wissenschaften Würzburg-Schweinfurt
Fakultät für angewandte Natur- und Geisteswissenschaften

Übungsaufgaben

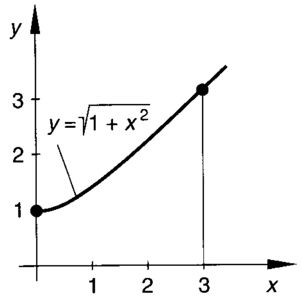
zur Vorlesung

Ingenieurmathematik 2

im Bachelor–Studiengang Mechatronik

Anwendungen der Integralrechnung

1. Mantelfläche und Volumen eines Rotationskörpers
   a) Gegeben ist für $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ die Funktion $y = f(x) := x \sin x,$. Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der durch Rotation des Funktionsgraphen um die x–Achse entsteht (aus der Klausur WS 13/14)
   b) Durch Drehung der Kurve $y = \sqrt{1+x^2}, 0 \leq x \leq 3$ um die x–Achse wird ein Rotationskörper erzeugt (s. Zeichnung). Berechnen Sie seine Mantelfläche M.



2. Das Flächenstück F wird berandet durch die Kurven

$$y^2 = (x^2+1)^2, \quad x = 0, \quad x = 3 \ .$$

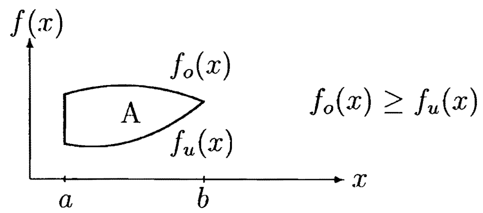
Berechnen Sie Flächeninhalt A und den Schwerpunkt (x_S, y_S) von F. Verwenden Sie dazu in geeigneter Weise die nachstehenden Formeln:

$$A = \int_a^b (f_o(x) - f_u(x))\, dx$$

$$x_S = \frac{1}{A} \int_a^b x(f_o(x) - f_u(x))\, dx$$

,

$$y_S = \frac{1}{2A} \int_a^b (f_o^2(x) - f_u^2(x))\, dx$$



3. Berechnen Sie den Schwerpunkt der Fläche, die im Intervall $-2 \leq x \leq 2$ nach unten durch die x–Achse und nach oben durch die Kurve

$$y = \frac{4}{4+x^2}$$

berandet wird.

4. Berechnen Sie im Intervall $-1 \leq x \leq 1$ den mittleren y–Wert der Kurve

$$y = \frac{1}{1+x^2} \quad .$$

5. Die Länge L einer vom Parameter t, $t_1 \leq t \leq t_2$, abhängigen Kurve $K(t) = (x(t),\, y(t))$ ist gegeben durch

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}\ dt$$

Berechnen Sie die Länge der für $0 \leq t \leq 2\pi$ gegebenen Kurve

$$K(t) = (2\cos^3 t,\ 2\sin^3 t) \quad .$$