

LAPLACE - TRANSFORMATION

(Rechenregeln)

Bezeichnungen:

$$\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{C}; \quad f(t) \circ\text{---}\bullet F(s); \quad f_i(t) \circ\text{---}\bullet F_i(s), \quad i=1,2$$

















$$\sigma(t) = \begin{cases} 1, & \text{falls } t \geq 0 \\ 0, & \text{falls } t < 0 \end{cases}$$

Sätze:

$\alpha_1 f_1(t) + \alpha_2 f_2(t)$	$\circ\text{---}\bullet$	$\alpha_1 F_1(s) + \alpha_2 F_2(s)$	Linearität
$f(at)$	$\circ\text{---}\bullet$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$	Ähnlichkeit ($a > 0$)
$f'(t)$	$\circ\text{---}\bullet$	$sF(s) - f(0)$	Ableitung (Urbild)
$f''(t)$	$\circ\text{---}\bullet$	$s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$	
$f^{(n)}(t)$	$\circ\text{---}\bullet$	$s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-1-k} f^{(k)}(0) =$ $s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$	
$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$\circ\text{---}\bullet$	$\frac{1}{s} F(s)$	Integration
$(-1)^n t^n f(t)$	$\circ\text{---}\bullet$	$F^{(n)}(s)$	Ableitung (Bild)
$e^{-at} f(t)$	$\circ\text{---}\bullet$	$F(s+a)$	Dämpfung
$\sigma(t-a) f(t-a)$	$\circ\text{---}\bullet$	$e^{-as} F(s)$	Verschiebung ($a > 0$)
$(f_1 * f_2)(t)$ $= \int_0^t f_1(t-\tau) f_2(\tau) d\tau$ $= \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau$	$\circ\text{---}\bullet$	$F_1(s) F_2(s)$	Faltung

LAPLACE - TRANSFORMATION

(Tabelle)

Urbildfunktion		Bildfunktion
1		$\frac{1}{s}$
e^{at}		$\frac{1}{s-a}$
t		$\frac{1}{s^2}$
$\frac{t^n}{n!}$		$\frac{1}{s^{n+1}}$
te^{at}		$\frac{1}{(s-a)^2}$
$\frac{t^n}{n!}e^{at}$		$\frac{1}{(s-a)^{n+1}}$
$\sin(\omega t)$		$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos(\omega t)$		$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$e^{-\delta t} \sin(\omega t)$		$\frac{\omega}{(s+\delta)^2 + \omega^2}$
$e^{-\delta t} \cos(\omega t)$		$\frac{s+\delta}{(s+\delta)^2 + \omega^2}$
$t \cos(\omega t)$		$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$t \sin(\omega t)$		$\frac{2s\omega}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$-t \cos(\omega t) + \frac{1}{\omega} \sin(\omega t)$		$\frac{2\omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$\sinh(at)$		$\frac{a}{s^2 - a^2}$
$\cosh(at)$		$\frac{s}{s^2 - a^2}$
$\delta(t-T)$		e^{-sT}

Bemerkung: $a, \omega \in \mathbb{C}, T \geq 0;$